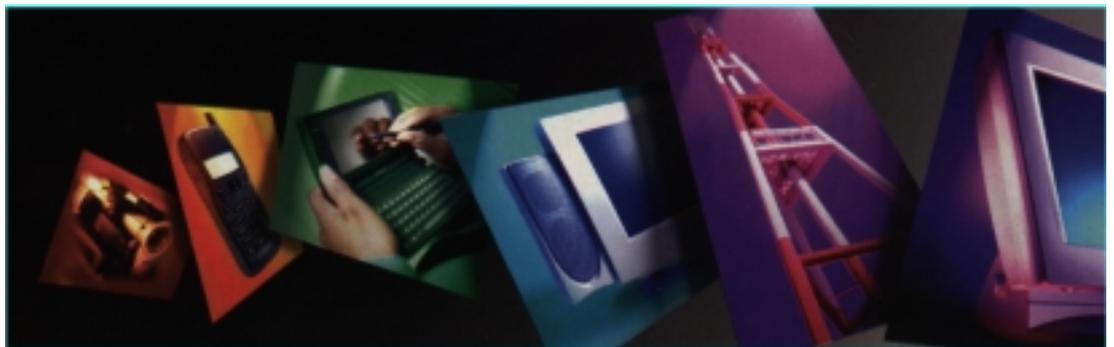




Analyse spectrale des signaux continus



Jean-Philippe MULLER

Décembre 2000

Sommaire

Les différentes familles de signaux

- 1) La représentation temporelle d'un signal
- 2) La représentation fréquentielle d'un signal simple
- 3) Exemples de spectres de signaux réels

Spectre d'un signal périodique

- 4) Calcul du spectre d'un signal périodique
- 5) Décomposition en série de Fourier de s signaux usuels
- 6) Spectre d'un signal impulsionnel
- 7) Synthèse de Fourier
- 8) Harmoniques et timbre d'un son
- 9) Evolution des harmoniques d'un son
- 10) Mesure de la distorsion harmonique
- 11) La distorsion d'intermodulation
- 12) Réduction des rayonnements parasites en logique
- 13) Réduction des harmoniques dans les alimentations
- 14) Mécanisme d'apparition d'harmoniques sur le réseau
- 15) Les conséquences des harmoniques du 50 Hz

Spectre d'un signal non périodique

- 16) Allure du spectre d'un signal non périodique simple
- 17) Calcul de la transformée de Fourier d'une impulsion
- 18) Elargissement des raies par effet de fenêtre
- 19) Application à la réponse impulsionnelle d'un système
- 20) Réponse impulsionnelle d'un haut-parleur medium
- 21) Réponse impulsionnelle d'un tweeter

1) La représentation temporelle d'un signal :

En électronique, nous utilisons une grande variété de signaux analogiques ou numérique dont le support est, le plus souvent , une tension.

Ce support peut aussi être :

- une onde électromagnétique (radio, TV, radar)
- une onde lumineuse ou infrarouge (fibres optiques)
- une onde sonore

L'information transportée est :

- un message audio (parole, musique)
- un message vidéo (image TV)
- un message binaire (liaison ordinateur-imprimante)
- un signal analogique traduisant l'état d'un capteur

Une façon naturelle de connaître un signal est d'observer son allure en fonction du temps : c'est la **représentation temporelle**, donnée par un oscillogramme.

Les exemples d'oscillogramme ci-dessous nous permettent de mettre en évidence plusieurs types de signaux :

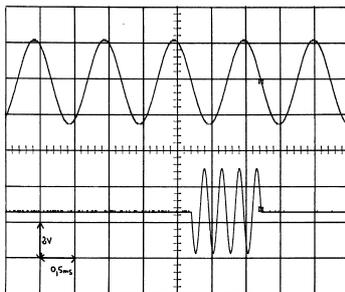


Figure 1. Deux signaux simples :
signal périodique et salve

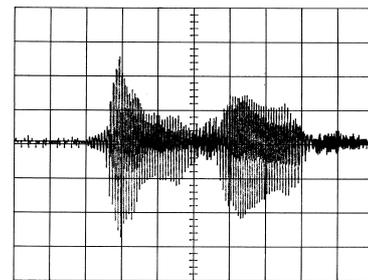


Figure 2. Enregistrement du mot « bonjour »
Echelle: 10 mV et 100 ms par carreau

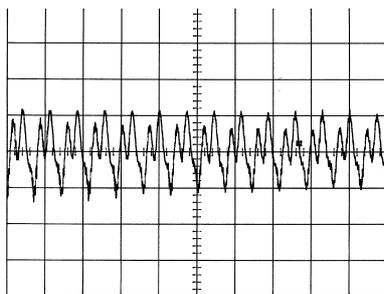


Figure 3. Zoom du signal précédent
sur la lettre « b »

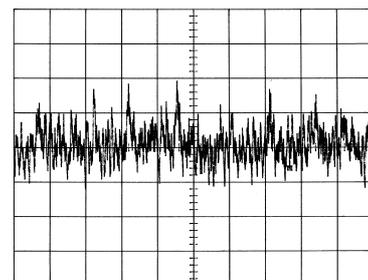


Figure 4. Signal aléatoire correspondant
à du bruit

On peut donc classer les signaux en 4 catégories :

- les signaux périodiques (issus d'un GBF par exemple)
- les signaux non périodiques déterministes (impulsion, salve)
- les signaux pseudo-aléatoires (signal audio-vidéo)
- les signaux aléatoires (bruit électrique)

Les oscillogrammes nous renseignent sur l'amplitude, la valeur crête, la valeur moyenne, etc... mais pas sur les fréquences contenues dans le signal.

En outre, tous ces signaux à part le bruit peuvent être échantillonnés en vue d'un traitement numérique ultérieur, et cette opération modifie de façon profonde l'aspect temporel du signal ainsi que son contenu fréquentiel.

2) La représentation fréquentielle d'un signal simple :

Le signal le plus simple du point de vue fréquence est le signal sinusoïdal.

Par exemple, $x(t) = E \sin(\omega t)$ ne contient qu'une seule fréquence : $f = \frac{\omega}{2\pi}$

Un signal parlé ou musical est plus complexe, puisque son allure varie constamment au cours du temps. Il contient des fréquences graves, moyennes et aiguës. Son spectre s'étend de 20 Hz à 20 kHz et varie en permanence entre ces deux fréquences extrêmes.

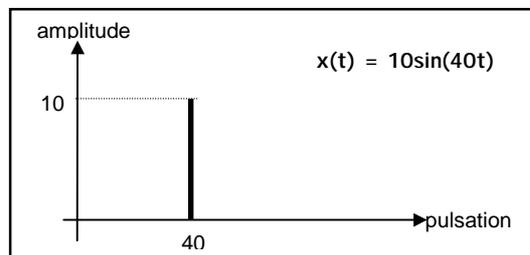
Le signal vidéo est encore plus complexe et son spectre s'étend du continu à quelques mégahertz.

Le spectre d'un signal nous renseigne donc sur les différentes composantes fréquentielles qu'il contient.

Le spectre d'un signal est la représentation en fonction de la fréquence des amplitudes des différentes composantes présentes dans le signal.

Prenons quelques exemples de spectres théoriques et réels :

Figure 5.
Spectre d'un signal sinusoïdal



Remarque : lorsqu'on trace un spectre on ne s'intéresse sauf exception qu'à l'amplitude de la composante et pas à sa phase.

Figure 6.
Spectre d'un signal composite

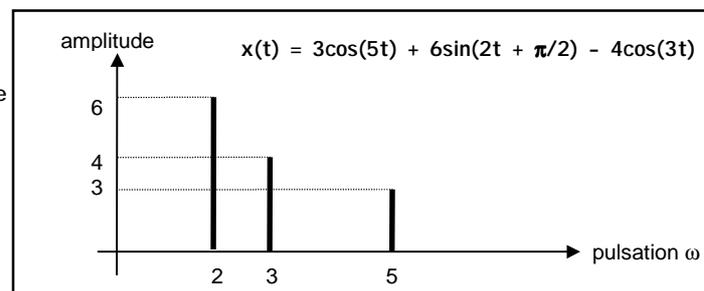
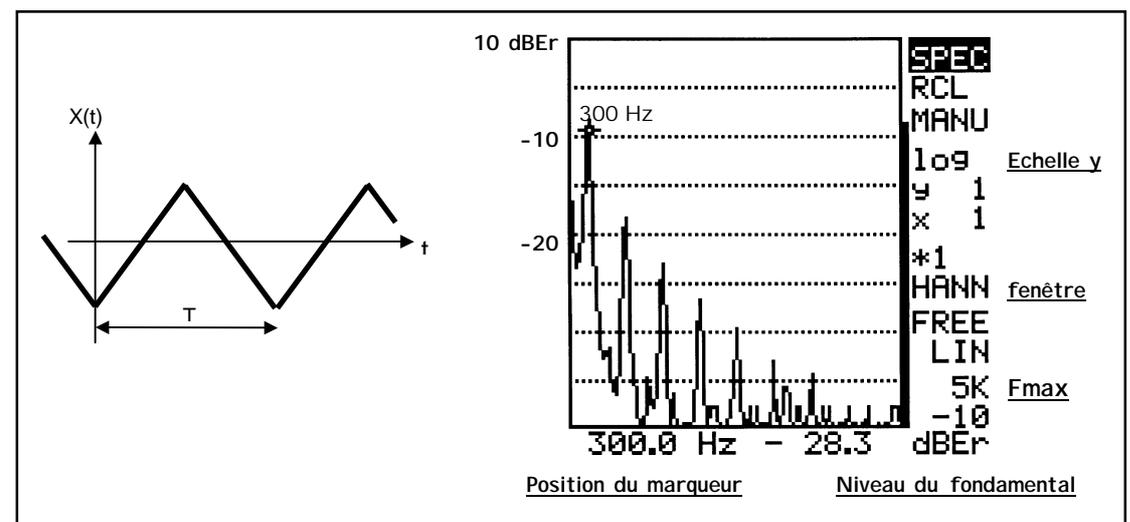


Figure 7.
Spectre d'un signal triangulaire à 300 Hz



C'est un spectre formé de raies d'amplitudes décroissantes aux fréquences $f, 3f, 5f \dots$

3) Exemples de spectres de signaux réels :

Pour un signal musical, le spectre a une allure un peu différente.

Figure 8.
Allure temporelle
d'un signal audio
(10 ms du groupe
Dire Straits)

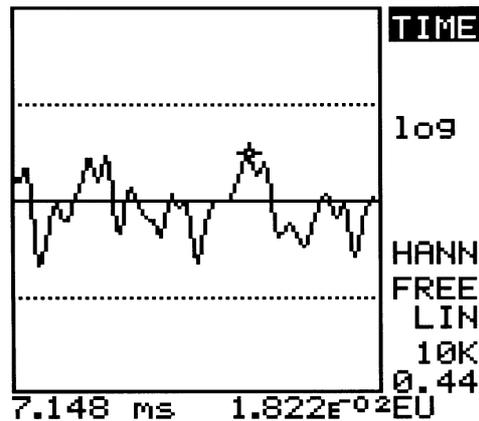
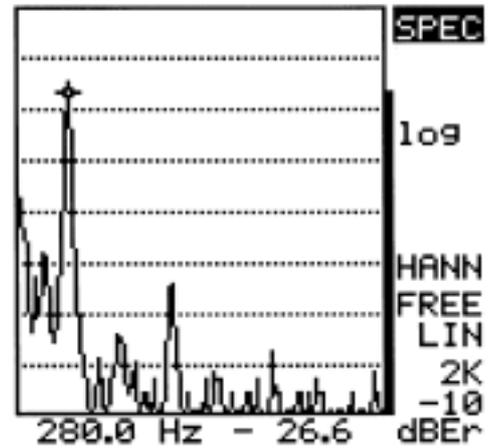
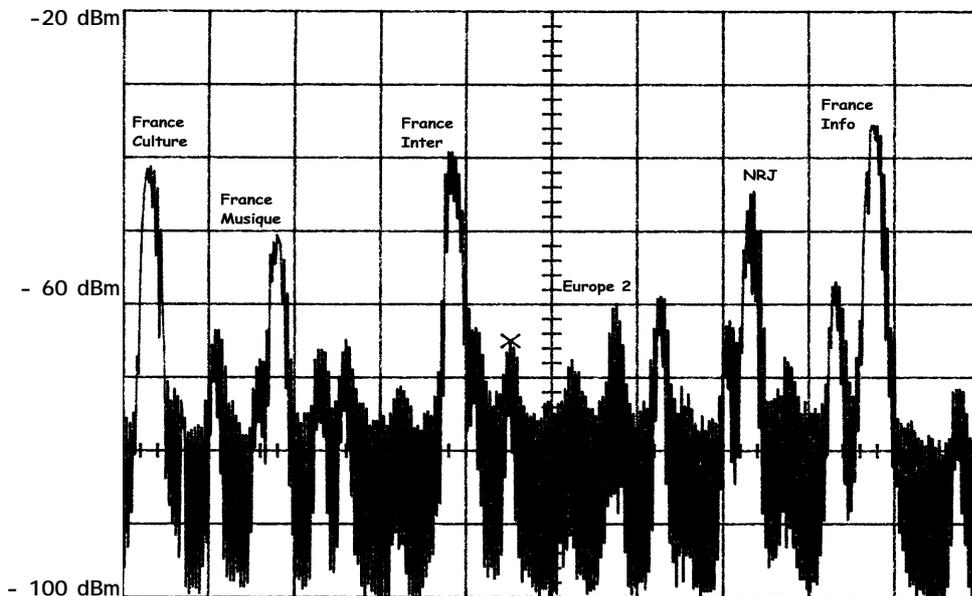


Figure 9.
Spectre du
signal
précédent



C'est un spectre continu qui contient une infinité de raies entre 20 Hz et 20 kHz. De plus l'amplitude de ces raies varie au cours du temps. Le spectre d'un signal audio est donc une courbe qui évolue constamment.

Figure 10.
Spectre du
signal capté par
une antenne
(bande FM)



On voit clairement émerger du plancher de bruit à -80 dBm ($22 \mu\text{V}$) les spectres des différents émetteurs de la bande FM. On peut y reconnaître différents émetteurs de la région de Mulhouse :

France-Musique : 91,6 MHz
Radio NRJ : 102,1 MHz

France-Inter : 95,7 MHz
France-Info : 105,5 MHz

L'observation du spectre permet de surveiller le bon fonctionnement des différents émetteurs, de mesurer leur puissance.

Nous allons voir dans les paragraphes suivants les différentes manières, soit théoriques, soit expérimentales, d'obtenir le spectre d'un signal quelconque.

4) Calcul du spectre d'un signal périodique :

La décomposition en série de Fourier est un outil simple et pratique pour trouver le spectre d'un signal périodique.

Soit $x(t)$ un signal de forme quelconque, mais périodique de période T_0 .

Le mathématicien Fourier a démontré que la fonction $x(t)$ peut s'écrire sous la forme suivante :

$$x(t) = X_0 + X_1 \sin(\omega_0 t + \varphi_1) + X_2 \sin(2\omega_0 t + \varphi_2) + X_3 \sin(3\omega_0 t + \varphi_3) + \dots + X_n \sin(n\omega_0 t + \varphi_n) \dots$$

avec

- X_0 = valeur moyenne du signal
- X_1 = amplitude du fondamental
- X_2 = amplitude de l'harmonique 2
-
- X_n = amplitude de l'harmonique n

On peut remarquer qu'il n'existe pas d'harmonique 1 (on l'appelle le fondamental) et que l'harmonique n est à la fréquence $n f_0$.

Cette décomposition peut aussi s'écrire de la façon suivante :

$$x(t) = X_0 + A_1 \cos(\omega_0 t) + B_1 \sin(\omega_0 t) + A_2 \cos(2\omega_0 t) + B_2 \sin(2\omega_0 t) \dots + A_n \cos(n\omega_0 t) + B_n \sin(n\omega_0 t) \dots$$

$$\text{avec : } X_0 = \frac{1}{T_0} \int_T x(t) dt$$

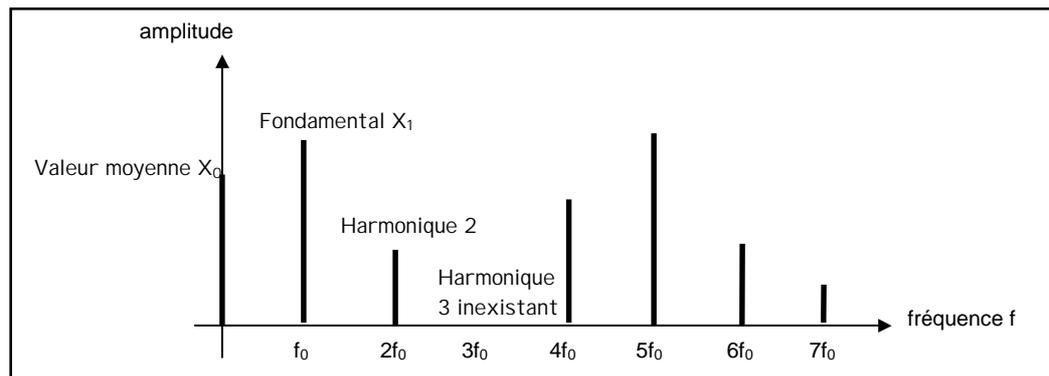
$$A_n = \frac{2}{T_0} \int_T x(t) \cdot \cos(n\omega_0 t) dt \quad \text{et} \quad B_n = \frac{2}{T_0} \int_T x(t) \cdot \sin(n\omega_0 t) dt$$

Ces décompositions sont bien sûr équivalentes et on a :

$$X_n^2 = A_n^2 + B_n^2 \quad \text{et} \quad \text{tg}(\varphi_n) = B_n / A_n$$

Une fois que la décomposition d'un signal est faite, on trace le spectre représentant les amplitudes X_i en fonction de la fréquence.

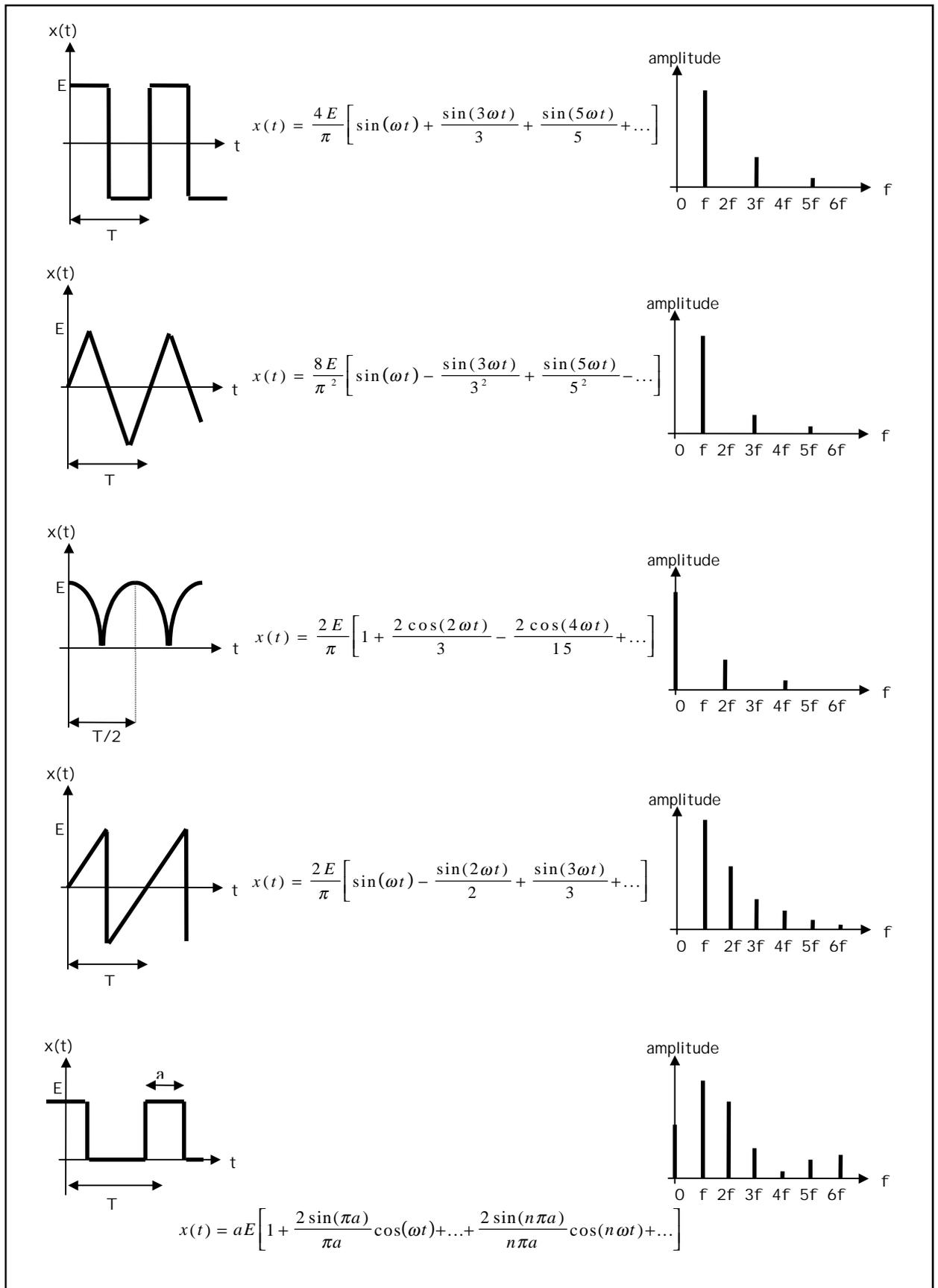
Figure 11.
Allure générale
du spectre d'un
signal
périodique



Nous pouvons remarquer, et c'est très important, que le spectre d'un signal périodique est toujours un **spectre de raies** et que les différentes raies ne peuvent se trouver qu'aux fréquences $n f_0$. Cette allure particulière du spectre caractérise les signaux périodiques.

Les fonctions paires ont un développement qui ne contient que des termes en cosinus (fonction paire). Inversement, les fonctions impaires ont une décomposition en sinus. C'est une remarque utile qui permet souvent d'accélérer le calcul.

5) Décomposition en série de Fourier de signaux usuels :



6) Spectre d'un signal impulsionnel :

Ce dernier signal, le train d'impulsion, est d'une importance capitale en électronique.

Son spectre, d'allure compliquée, se retrouve pourtant très simplement grâce à la remarque suivante :

La courbe enveloppe des raies a pour équation :

$$y = 2aE \frac{\sin(n\pi a)}{n\pi a} \quad \text{c'est une courbe en } \frac{\sin(X)}{X} \quad (\text{appelé aussi sinus cardinal})$$

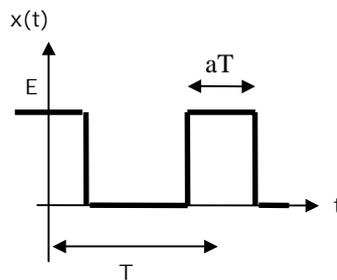
qui passe par zéro pour n tel que : $n\pi a = \pi, 2\pi, 3\pi \dots$

donc pour $n = 1/a, 2/a, 3/a \dots$

soit pour des fréquences f_x telles que $f_x = 1/aT, 2/aT, 3/aT \dots$

On en déduit une règle très simple pour tracer sans calcul le spectre d'un train d'impulsions de fréquence et de largeur donnée :

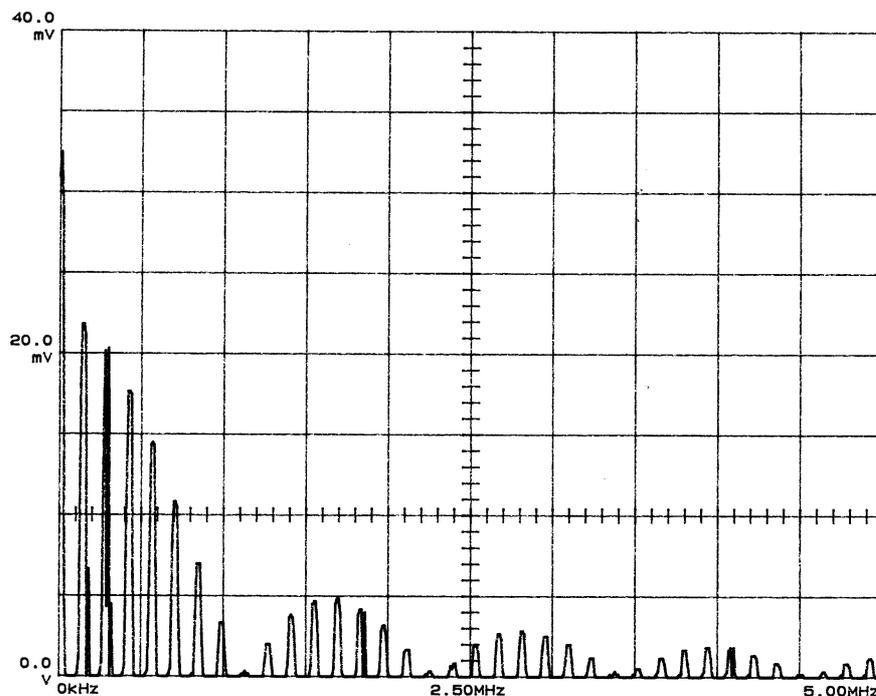
- tracer l'enveloppe en $\sin(X)/X$ qui passe par zéro aux fréquences multiples de l'inverse de la largeur de l'impulsion
- placer ensuite les raies à $f, 2f, 3f \dots$ en les limitant par l'enveloppe



Train d'impulsions :

largeur $aT = 0,8 \mu s$
fréquence $f = 140 \text{ kHz}$

Figure 12.
Spectre d'un
train
d'impulsions
 $f=140 \text{ kHz}$



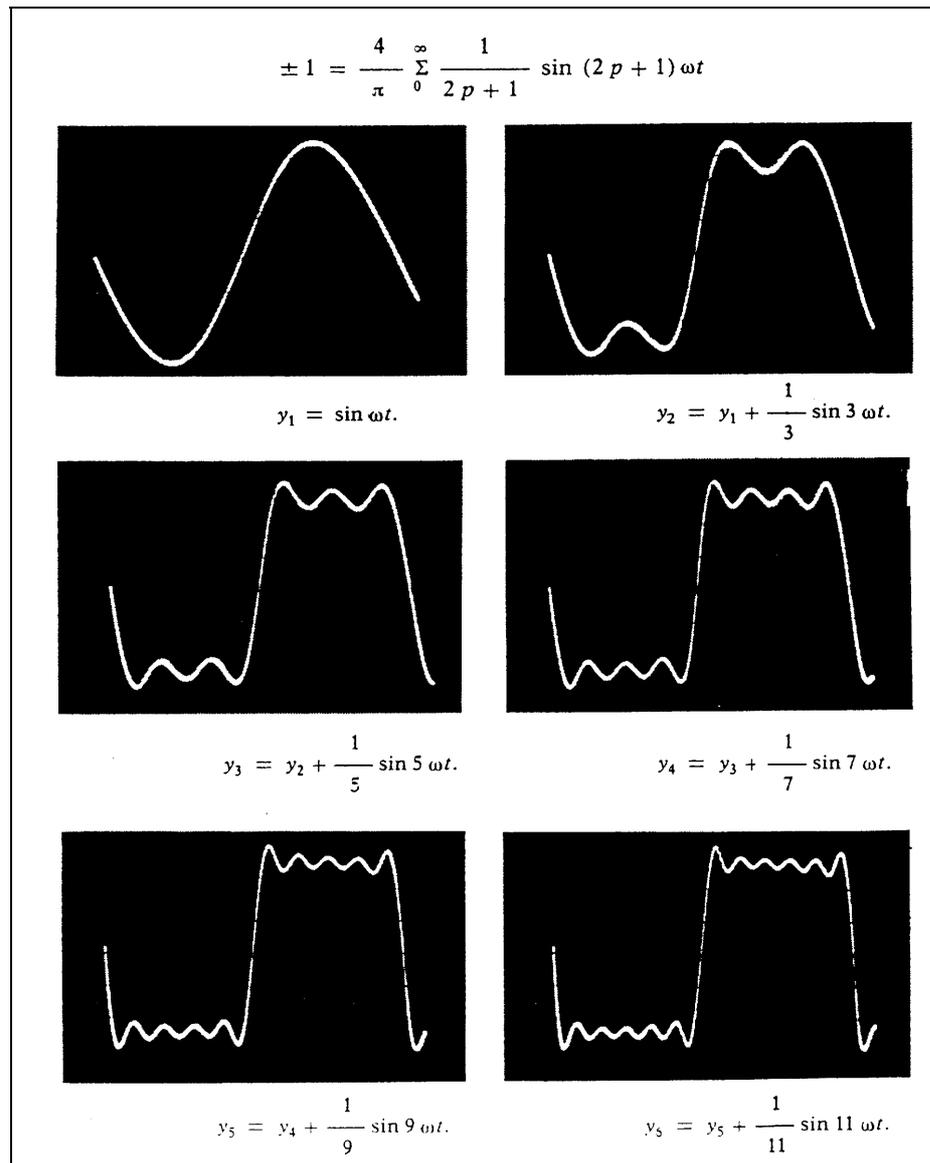
7) Synthèse de Fourier :

L'opération inverse de la décomposition de Fourier peut également être faite, et s'appelle la synthèse de Fourier.

Utilisée autrefois dans certains instruments de musique électroacoustiques (orgues Hammond par exemple), elle n'a aujourd'hui pratiquement qu'un intérêt pédagogique.

La série de photos ci-dessous permet de comprendre comment on peut obtenir un signal carré en ajoutant à une sinusoïde de fréquence f des sinusoïdes d'amplitude convenable et de fréquence $3f$, $5f$,

Figure 13.
Passage
progressif de la
sinusoïde au
signal carré

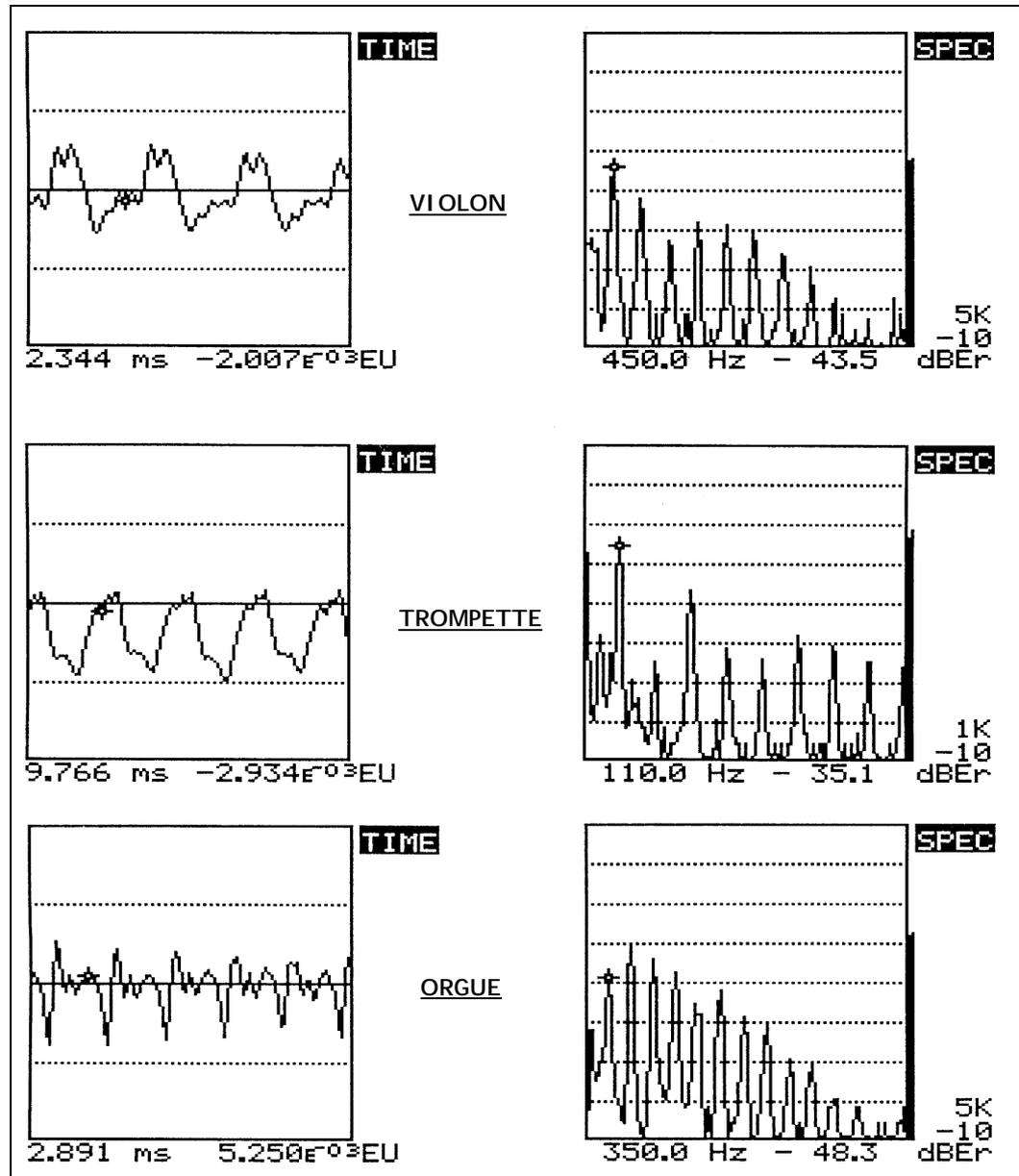


On peut vérifier que le nombre d'oscillations par période correspond au rang du dernier harmonique composant le signal.

8) Harmoniques et timbre d'un son :

La répartition et les amplitudes des harmoniques ont une importance fondamentale en musique puisque c'est cela qui définit le timbre d'un instrument.

Le son d'un violon est différent de celui de la trompette et de l'orgue parce que les spectres des trois sons ont une composition en harmoniques différente.

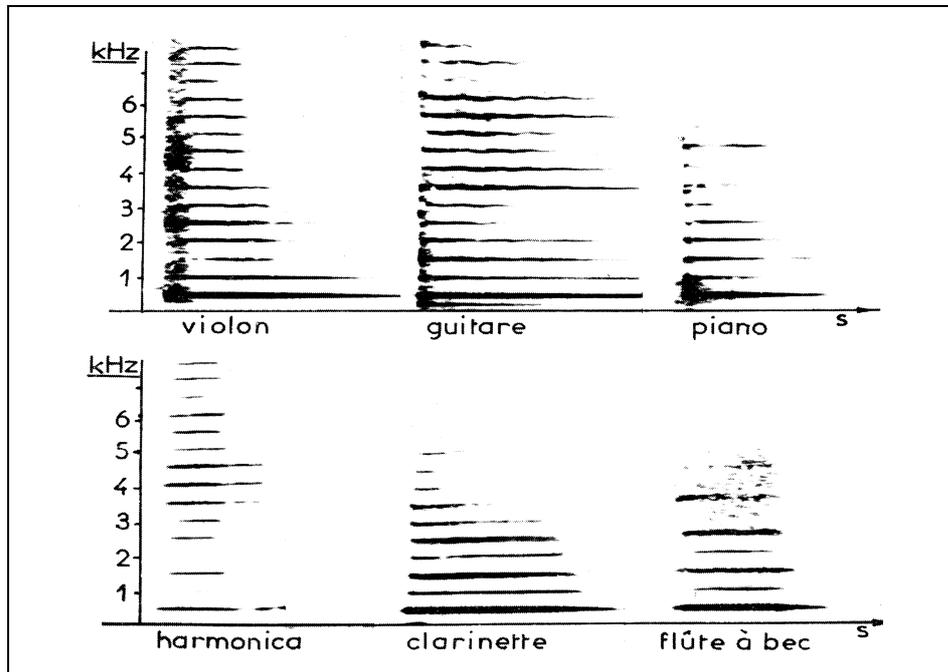


D'autre part, pendant toute la durée d'une note, l'allure temporelle et la composition harmoniques ne restent pas identiques. C'est cela qui rend la musique si vivante et si riche.

9) Evolution des harmoniques d'un son :

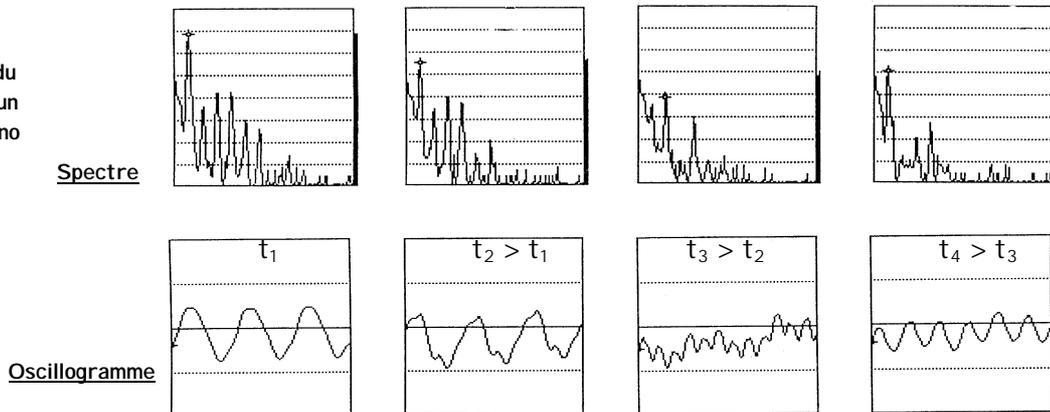
Cette « vie » des harmoniques est bien mise en évidence sur les enregistrements suivants où on voit l'évolution des spectres en fonction du temps (l'amplitude de la raie se traduit ici par l'épaisseur du trait) :

Figure 15.
Sonagrammes
de quelques
instruments



Voici l'évolution d'un son de piano au cours du temps :

Figure 16.
Evolution du
spectre d'un
son de piano

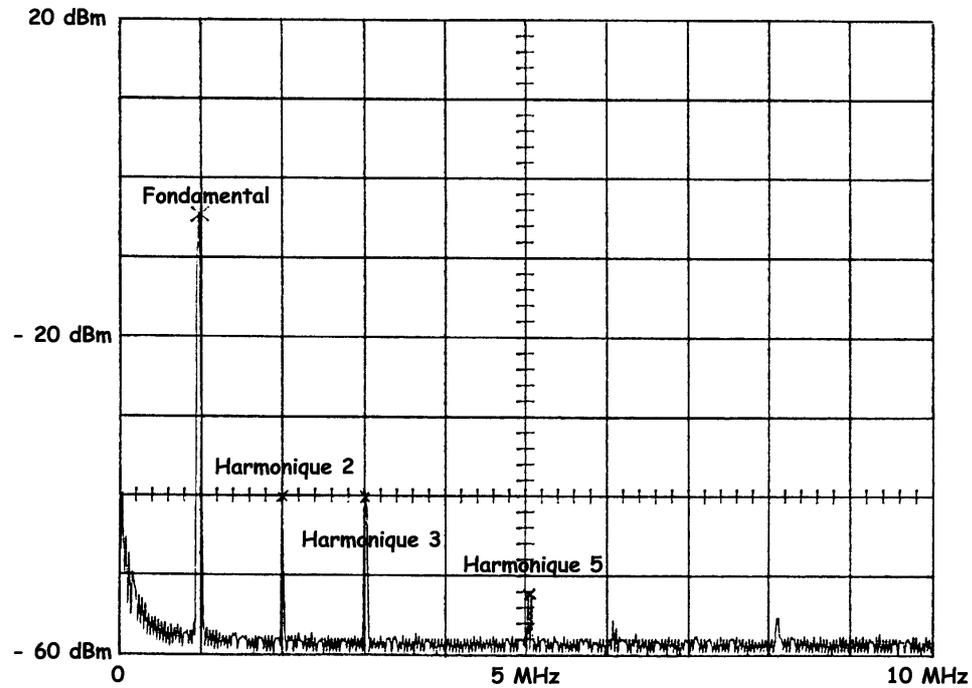


On peut noter par exemple que l'harmonique 2, d'amplitude faible au départ, augmente et devient l'harmonique principal à $t=t_3$.

10) Mesure de la distorsion harmonique :

Cette mesure, couramment utilisée en électronique et en électrotechnique, nous renseigne sur :

- la qualité d'un oscillateur sinusoïdal (par analyse spectrale du signal produit par le dispositif)
- la linéarité d'un amplificateur (analyse spectrale de la sortie si l'entrée est sinusoïdale)
- la linéarité d'une charge alimentée par le réseau (analyse spectrale du courant si la tension est sinusoïdale)



Ce signal contient :

- le fondamental : $F = -5 \text{ dBm} = 126 \text{ mV}$
- l'harmonique 2 : $H_2 = -40 \text{ dBm} = 2,2 \text{ mV}$
- l'harmonique 3 : $H_3 = -40 \text{ dBm} = 2,2 \text{ mV}$
- l'harmonique 5 : $H_5 = -52 \text{ dBm} = 0,6 \text{ mV}$

Par définition, le taux de distorsion harmonique s'écrit :

$$t_d = \frac{\sqrt{H_2^2 + H_3^2 + \dots}}{F} = \frac{\sqrt{2,2^2 + 2,2^2 + 0,6^2}}{126} = 0,025 = 2,5\%$$

11) La distorsion d'intermodulation :

Pour tester la linéarité d'un dispositif (amplificateur, enceinte acoustique, etc, ...) on applique sur son entrée une somme de deux signaux sinusoïdaux de fréquence f_1 et f_2 :

$$e(t) = e_1(t) + e_2(t) = X\cos(\omega_1 t) + Y\cos(\omega_2 t)$$

Si le système est **linéaire**, on a $s(t) = A.e(t)$ et donc :

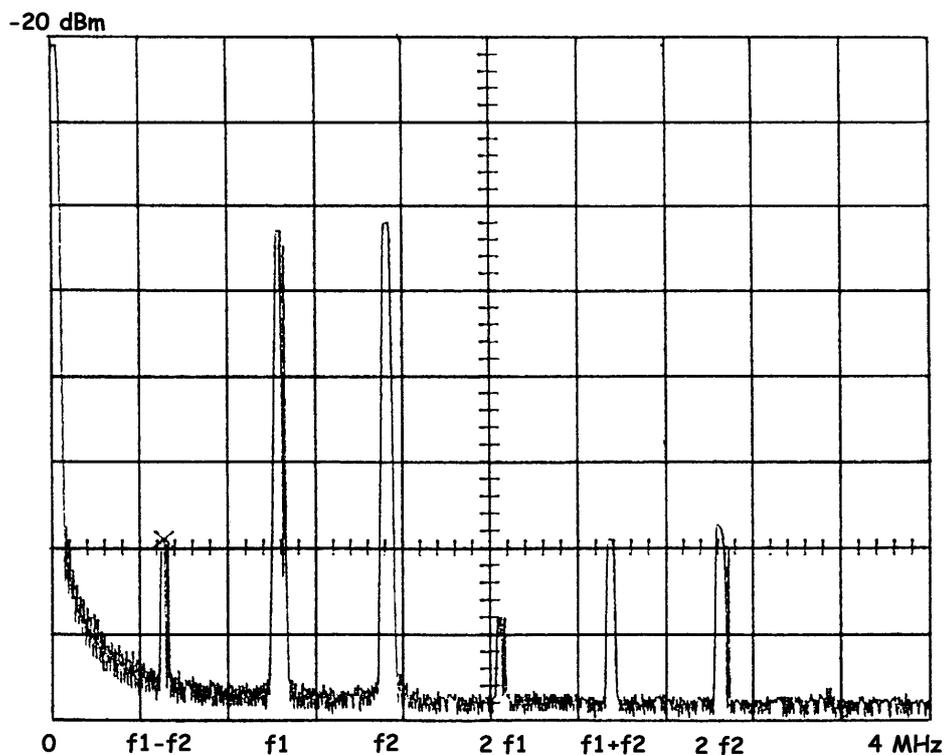
$$s(t) = A e_1(t) + A e_2(t) \quad \text{soit 2 raies}$$

S'il y a de la **distorsion quadratique** : $s(t) = A.e(t) + B.e(t)^2$

$$s(t) = A.e_1(t) + A.e_2(t) + B.e_1^2(t) + B.e_2^2(t) + 2B.e_1^2(t) e_2^2(t)$$

soit 7 raies à f_1 , f_2 , $2f_1$ et 0 , $2f_2$ et 0 , $f_1 + f_2$ et $f_1 - f_2$

Voici par exemple le spectre du signal à la sortie d'un amplificateur à TEC lorsqu'on applique à l'entrée 2 signaux sinusoïdaux de fréquence $f_1 = 1,05$ MHz et $f_2 = 1,55$ MHz



Cette distorsion d'intermodulation, phénomène nuisible en amplification, est largement utilisée en télécommunications pour effectuer des changements de fréquence.

La distorsion quadratique introduite volontairement par un élément non-linéaire (transistor, TEC, diode) permet alors de réaliser de façon économique la fonction de multiplication .

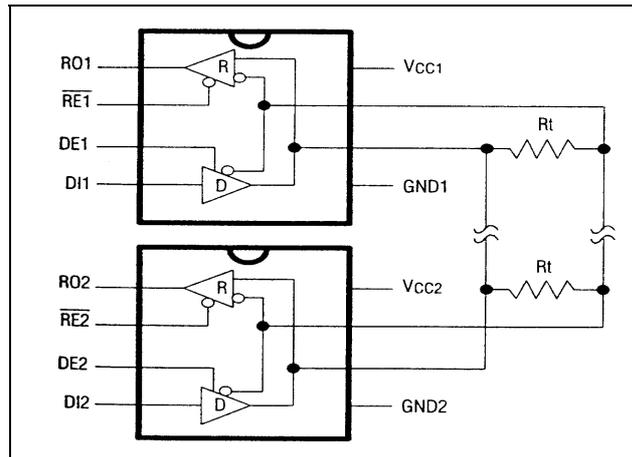
12) Réduction des rayonnements parasites en logique :

Dans les systèmes actuels, les signaux analogiques côtoient souvent le numérique. Or les signaux numériques sont à fréquence élevée et à fronts raides, et leur spectre est donc très large, ce qui peut causer des interférences et des perturbations.

Aussi les constructeurs prennent-ils actuellement en compte ce problème et proposent des circuits intégrés particulièrement étudiés sur ce point.

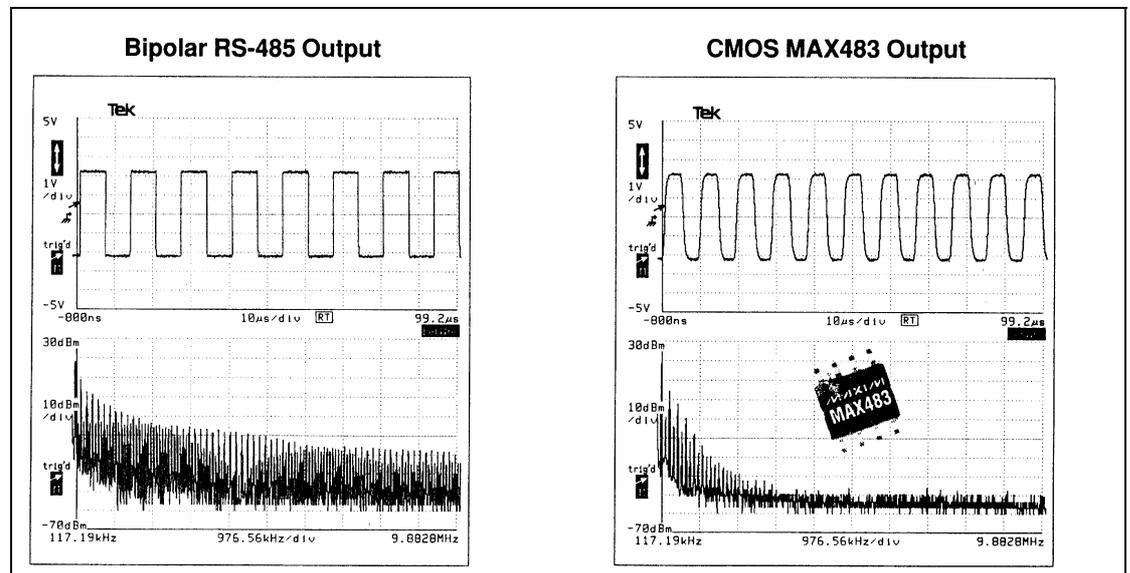
Les nouveaux MAX483 de Maxim sont actuellement les circuits intégrés RS485 consommant le moins d'énergie puisqu'ils n'utilisent qu'un maximum de 350 μ A ICC.

Figure 19.
Exemple de
circuit pour
interface série



Le fabricant a volontairement limité la vitesse de montée des fronts pour limiter le spectre aux fréquences élevées.

Figure 20.
Mise en
évidence au
niveau spectral
de l'avantage
du MAX483



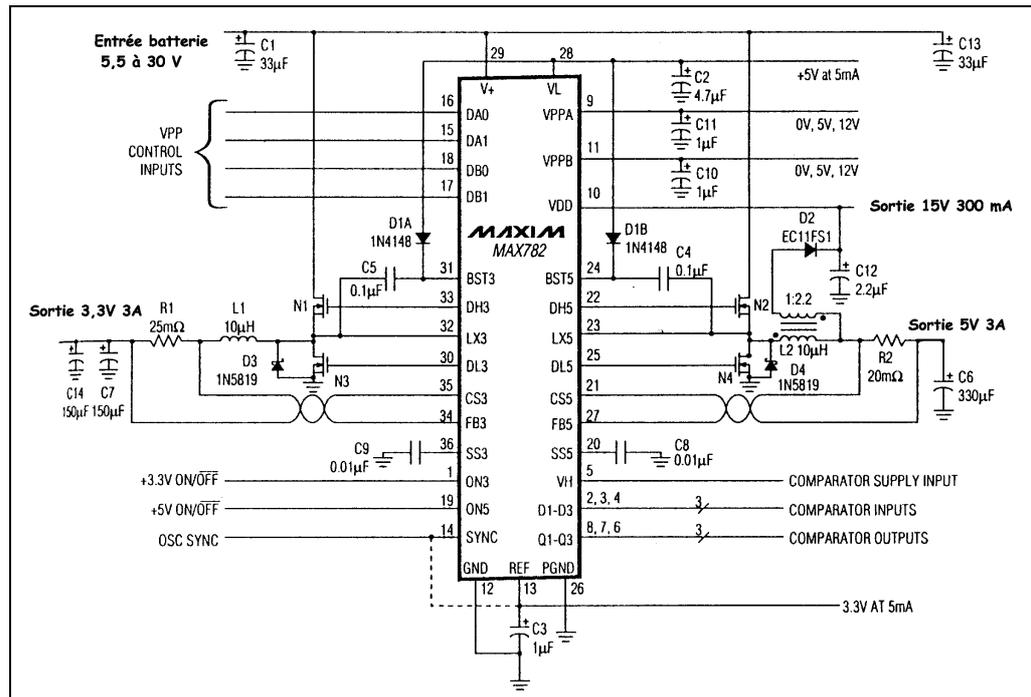
Ces interfaces à slew-rate limité divisent les perturbations électromagnétiques par 100, par rapport à tous les autres circuits bipolaires et CMOS RS 485.

La limitation du slew-rate élimine aussi virtuellement toutes les réflexions causées par les terminaisons non adaptées, ce qui permet de transmettre des données sans aucune erreur sur de plus grandes longueurs de câble.

13) Réduction des rayonnements parasites dans les alimentations :

Le problème des harmoniques se pose aussi de façon cruciale pour les alimentations à découpage.

Figure 21.
Exemple d'un
circuit pour
alimentation à
découpage

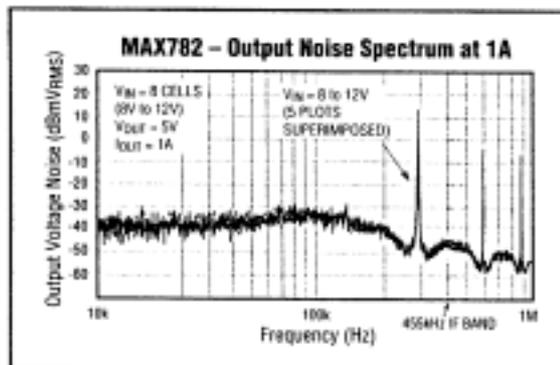


Le CI MAX782 incorpore dans un boîtier SSOP une alimentation 3,3V, une alimentation 5V et deux comparateurs de précision servant à contrôler la tension.

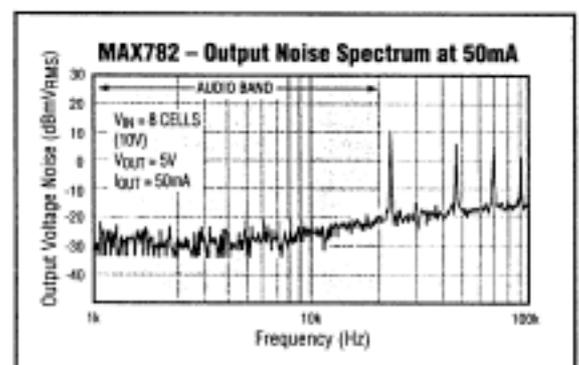
Tous ces composants peuvent être alimentés par des blocs batterie NiCd ou NiMH ayant de 6 à 14 éléments (5,5V à 30V).

Les MAX782/MAX783/MAX786 utilisent un redressement synchrone assuré par des commutateurs MOSFET à canal N, peu coûteux, ce qui leur permet d'atteindre un rendement de 90% sous une vaste gamme de charges.

La régulation PWM à fréquence fixe permet un filtrage facile dans les équipements sans fil. Elle contribue également à éliminer les interférences dans les ordinateurs à stylet. Le filtrage ne nécessite qu'une capacité de sortie de 30 µF par ampère de charge, ce qui est largement inférieur aux capacités requises par les contrôleurs PWM classiques.



Avec des courants de charge de 1A, la sortie du MAX782 est nette, stable et peu bruyante ; seules la fondamentale 300kHz et les harmoniques simples sont présentes. Aucun bruit n'est produit dans la bande audio, ni dans la bande intermédiaire de 465kHz.



Sous faible charge, le MAX782 fonctionne en Idle-Mode™ et sa fréquence demeure bien au-dessus de la gamme audio. Même avec une charge de seulement 50mA, le MAX782 fonctionne toujours au-dessus de 20kHz, ce qui est excellent pour les PC multimédia.

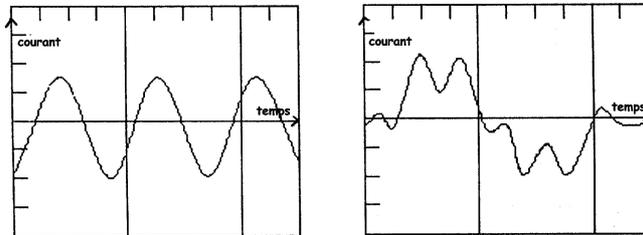
Figure 22. Raies produites par une alimentation à découpage

14) Mécanisme d'apparition d'harmoniques sur le réseau :

Depuis quelques années, on commence à mesurer les effets négatifs que peut avoir la présence d'harmoniques sur le réseau de distribution 50 Hz et on commence à proposer des solutions industrielles.

Lorsqu'une charge linéaire (R, R-L, moteur...) est connectée au réseau, le courant dans la ligne est sinusoïdal. Si la charge est non-linéaire, le courant est déformé et peut même devenir impulsionnel, donc riche en harmoniques.

Figure 23.
Courant sinusoïdal et courant déformé

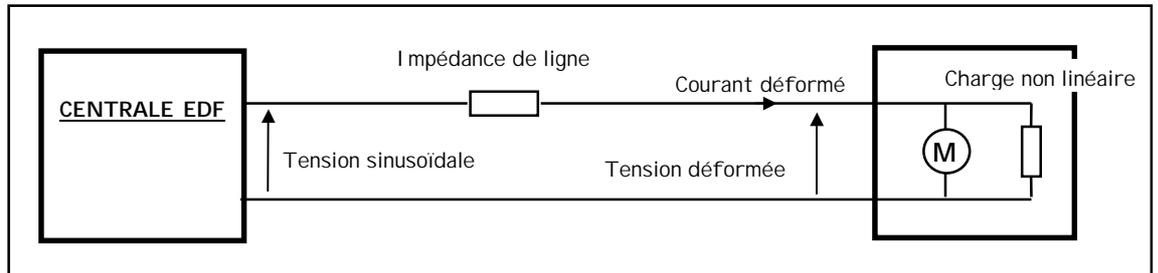


Ces charges non-linéaires peuvent être diverses :

- alimentations classiques ou à découpage
- ordinateurs
- variateurs de vitesse pour moteurs
- machines à souder à contrôle électronique
- éclairages fluorescents etc ...

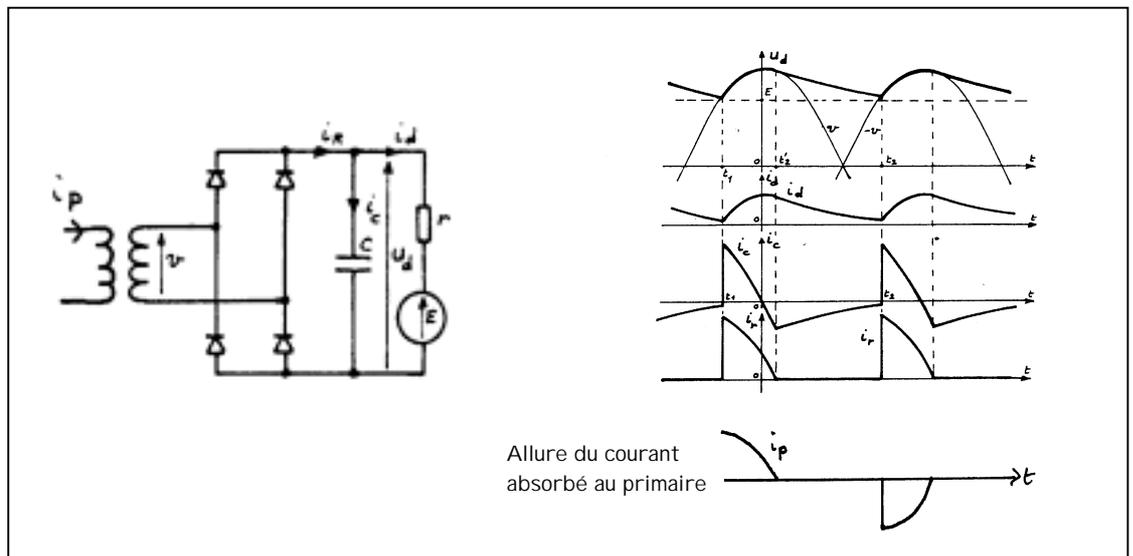
Le schéma ci-dessous montre qu'à cause de l'impédance de la ligne entre la centrale EDF et l'utilisateur, la présence de charges non-linéaires cause aussi une déformation de la tension et donc des harmoniques sur celle-ci qui perturbent le fonctionnement d'un moteur dès que le taux de distorsion dépasse 5 %.

Figure 24.
Origine de la déformation de la tension chez le client



Dans la majorité des cas, les harmoniques qui apparaissent sont de rang impair, soit H3, H5, H7 ...

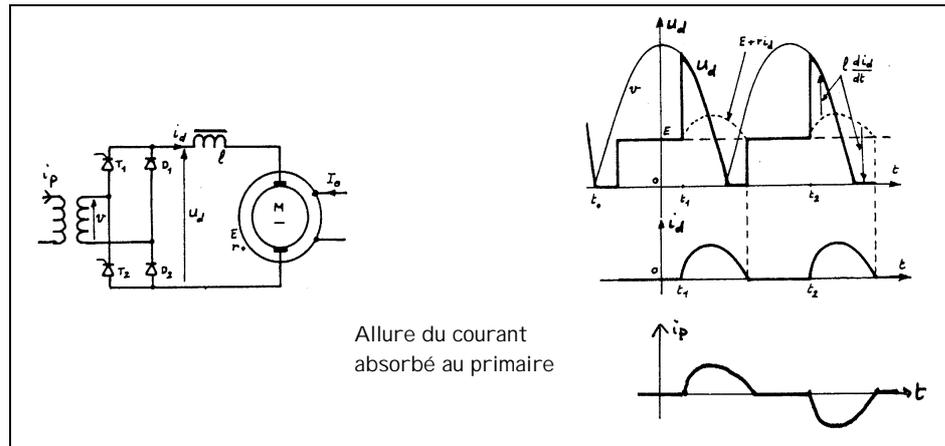
Figure 25.
Déformation du courant lié à une alimentation secteur



15) Les conséquences des harmoniques du 50 Hz :

De la même façon, un moteur alimenté par un pont mixte génère des courants non-sinusoïdaux.

Figure 26. Déformation du courant lié à un pont mixte



Les problèmes liés aux harmoniques apparaissent lorsque la proportion de ces charges non-linéaires n'est plus faibles par rapport aux charges linéaires.

Les harmoniques créés par les charges non linéaires sont classés selon leur rang :

Type	F	H ₂	H ₃	H ₄	H ₅	H ₆	H ₇	H ₈
Fréquence	50Hz	100Hz	150Hz	200Hz	250Hz	300Hz	350Hz	400Hz
Rang	+	-	0	+	-	0	+	-

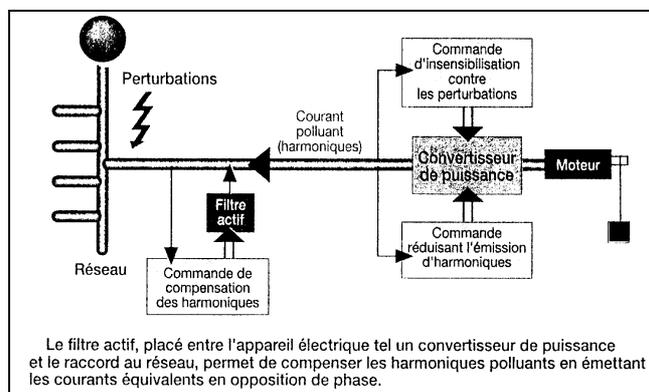
Les effets des harmoniques sur le réseau dépendent de leur rang :

Rang	Effet sur le réseau	Effet sur un moteur
+	surchauffe	Tourne dans le bon sens
-	surchauffe	Tourne dans le mauvais sens, perte de couple
0	Surchauffe Crée un courant de neutre en triphasé	aucun

Nous pouvons conclure en disant que :

- la présence d'harmoniques crée une surchauffe parce que la valeur efficace du courant est supérieur à celle indiquée par les ampèremètre usuels (qui ne sont pas RMS vrai)
- la présence d'harmoniques 3 dans le courant crée un courant de neutre qui n'est plus nul, donc surchauffe du fil de neutre qui ne véhicule normalement aucun courant si la charge est équilibrée
- la présence d'harmoniques 5 dans la tension d'alimentation d'un moteur asynchrone ou synchrone triphasé crée un champ tournant en sens inverse, donc une perte de couple pour le moteur et une surchauffe du rotor.

Figure 27. Place du filtre suppresseur d'harmoniques

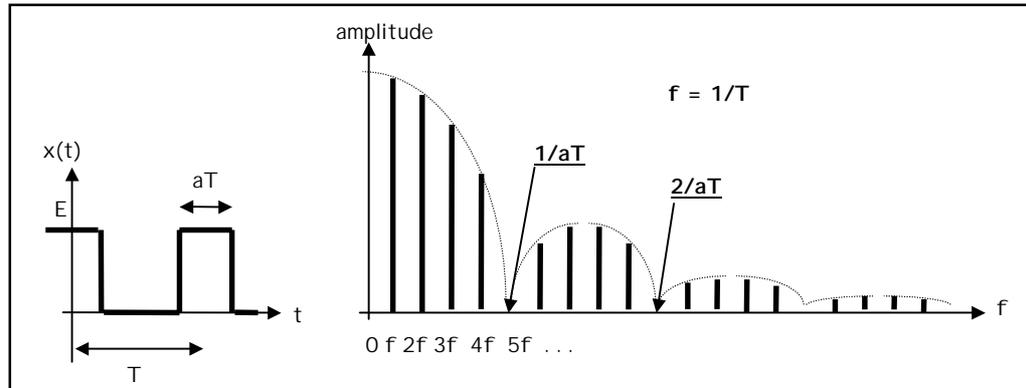


16) Allure du spectre d'un signal non-périodique simple :

On s'intéresse à l'allure du spectre de signaux simples, mais non périodiques, comme une impulsion unique ou une salve de motifs simples.

On peut très bien déduire le spectre cherché du spectre du signal périodique correspondant.

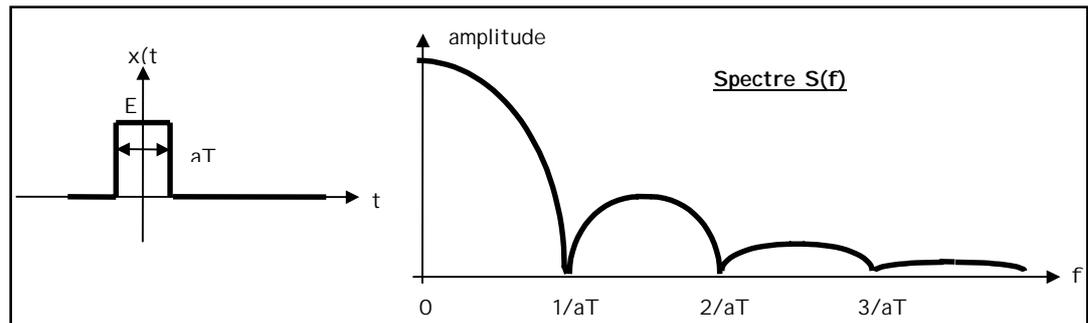
Figure 28.
Allure d'un
signal
impulsionnel
périodique



L'enveloppe est en $\sin(X)/X$ et passe par 0 aux fréquences multiples de l'inverse de la largeur $1/aT$, $2/aT$...

Pour obtenir le spectre d'une impulsion unique, il suffit d'augmenter infiniment la période T . Dans ce cas, les raies se rapprochent et le spectre est constitué d'une infinité de raies juxtaposées, alors que l'enveloppe ne change pas :

Figure 29.
Cas limite avec
 T infinie



On ne trace plus les raies, le spectre est maintenant une fonction continue de la fréquence $F(f)$. L'amplitude n'est évidemment pas la même dans les 2 cas, puisqu'un train d'impulsions contient beaucoup plus d'énergie qu'une impulsion unique.

Remarque : ce spectre est « fugitif » puisqu'il n'existe que pendant le temps très bref que dure l'impulsion. Dans le cas d'un signal périodique au contraire, le spectre est stable dans le temps.

La fonction $S(f)$ ou $S(\omega)$ donnant le spectre du signal peut s'obtenir par calcul grâce à la **transformée de Fourier**.

Soit $x(t)$ un signal non périodique mais déterministe. La transformée de Fourier de ce signal s'écrit :

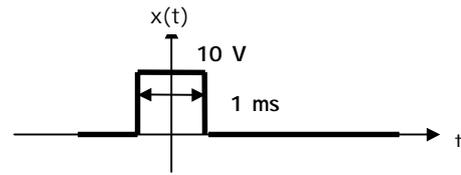
$$\underline{S}(j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot e^{-j\omega t} dt \quad \text{avec} \quad e^{j\omega t} = \cos(\omega t) + j \sin(\omega t)$$

avec : $\underline{S}(\omega)$ = amplitude complexe du spectre à la fréquence

Cette transformation donne une fonction $\underline{S}(\omega)$ complexe dont nous pouvons extraire le spectre en prenant le module $\underline{S}(\omega)$ et en nous limitant aux fréquences positives qui seules ont une signification physique. On démontre d'ailleurs que la fonction $\underline{S}(\omega)$ ainsi obtenue est paire.

17) Calcul de la transformée de Fourier d'une impulsion :

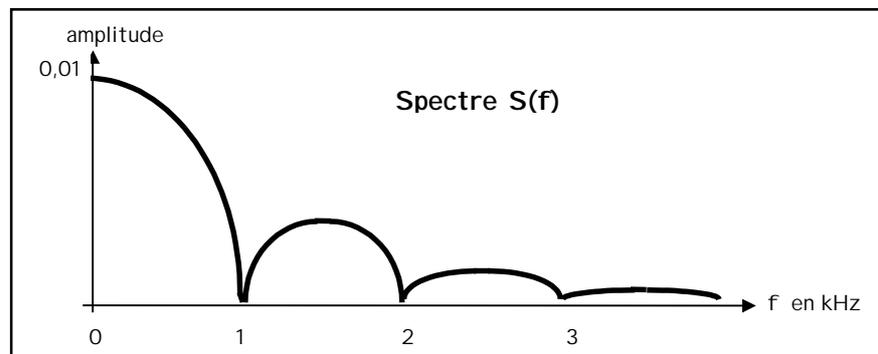
Par exemple, calculons le spectre de l'impulsion représentée ci-contre :



Le spectre complexe est donné par la transformée de Fourier du signal :

$$\begin{aligned} \underline{S}(j\omega) &= \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot e^{-j\omega t} dt = \int_{-t_0/2}^{+t_0/2} E [\cos(\omega t) - j \sin(\omega t)] dt \\ &= E \left[\frac{\sin(\omega t)}{\omega} - j \frac{\cos(\omega t)}{\omega} \right]_{-t_0/2}^{+t_0/2} = 2E \frac{\sin(\omega t_0 / 2)}{\omega} = E \cdot t_0 \frac{\sin(\pi f t_0)}{\pi f t_0} = 0,01 \frac{\sin(0,00314 f)}{0,00314 f} \end{aligned}$$

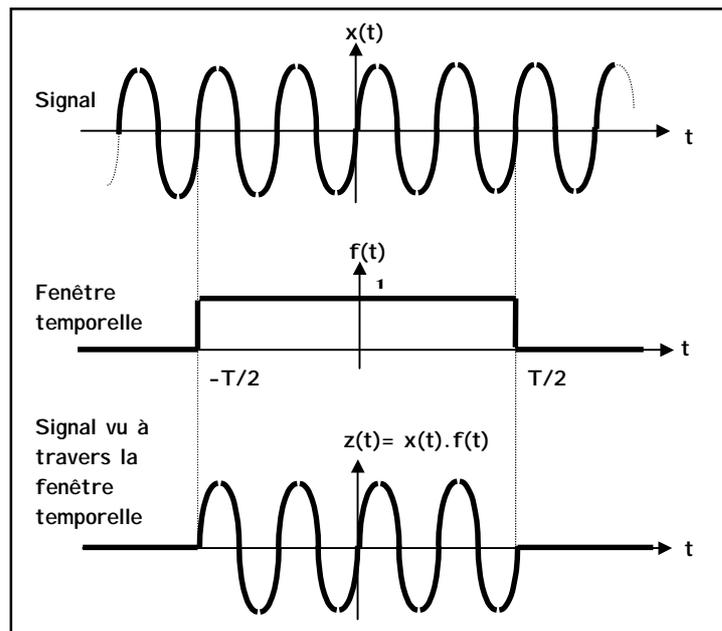
Figure 30. Spectre d'une impulsion unique



Il y a un cas particulier de signal déterministe non-périodique extrêmement important : c'est le cas du signal de durée limitée. Par exemple, on s'intéresse au signal très simple suivant :

- $z(t) = E \sin(\omega_0 t)$ si $-T/2 < t < +T/2$
- $z(t) = 0$ ailleurs

Figure 31. Fenêtre temporelle et allure du signal



Ce signal peut être considéré comme étant le produit d'une fonction sinusoïdale $x(t) = E \sin(\omega_0 t)$ et d'une fonction fenêtre $f(t)$. On dit qu'on observe le signal à travers une **fenêtre temporelle rectangulaire** de largeur T .

18) Elargissement des raies par effet de fenêtre :

Dans la pratique, tous les analyseurs de spectre calculent et affichent le spectre à partir d'une portion de signal limitée dans le temps.

Il est donc très intéressant et utile de voir comment est déformé le spectre par rapport à une fonction sinusoïdale continue.

Calculons la transformée de Fourier de ce signal :

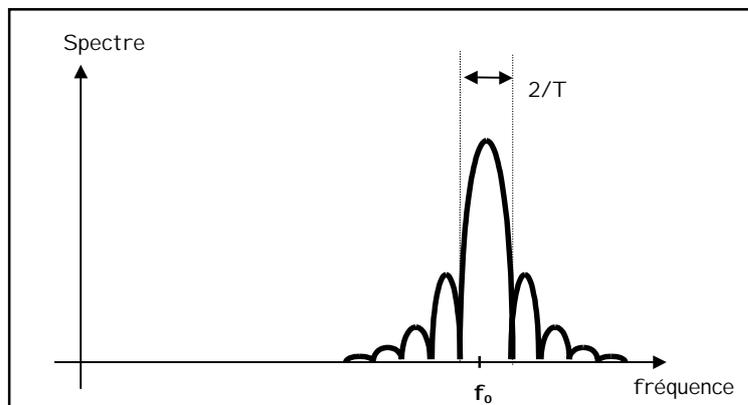
$$\begin{aligned} \underline{S}(j\omega) &= \int_{-\infty}^{+\infty} z(t) \cdot e^{-j\omega t} dt = \int_{-T/2}^{+T/2} E \sin(\omega_0 t) [\cos(\omega t) - j \sin(\omega t)] dt \\ &= \frac{E}{2} \int_{-T/2}^{+T/2} [\sin(\omega_0 + \omega)t + \sin(\omega_0 - \omega)t + j \cos(\omega_0 + \omega)t - j \cos(\omega_0 - \omega)t] dt \\ &= jE \frac{T}{2} \left[\frac{\sin(\omega_0 + \omega)T/2}{(\omega_0 + \omega)T/2} - \frac{\sin(\omega_0 - \omega)T/2}{(\omega_0 - \omega)T/2} \right] \end{aligned}$$

Le premier terme est un $\sin(X)/X$ centré sur $-f_0$ et le second est centré sur f_0 .

On trouve un spectre symétrique par rapport à 0 et si on ne s'intéresse qu'au module de S pour les fréquences positives on trouve :

$$S(f) = E \frac{T}{2} \left[\frac{\sin \pi(f_0 - f)T}{\pi(f_0 - f)T} \right]$$

Figure 32.
Déformation du spectre lié à la fenêtre



La raie à f_0 infiniment fine pour un signal sinusoïdal est remplacée par un $\sin(X)/X$ centré sur f_0 dont le lobe principal a une largeur à la base de $2/T$ liée à la durée de la fenêtre temporelle.

Par conséquent, plus la fenêtre temporelle est large, plus le lobe est étroit et se rapproche de la raie.

En fait, le $\sin(X)/X$ et donc **la forme de la raie n'est rien d'autre que la transformée de Fourier de la fenêtre.**

On pourra donc, en choisissant d'autres formes de fenêtres, agir sur la forme du spectre .

19) Application à la réponse impulsionnelle d'un système :

Nous avons vu qu'une impulsion très fine a un spectre très large. Lorsqu'on applique une telle impulsion à un système électrique, électromécanique ou mécanique, cela revient donc à lui appliquer un signal d'excitation contenant toutes les fréquences dans une gamme donnée.

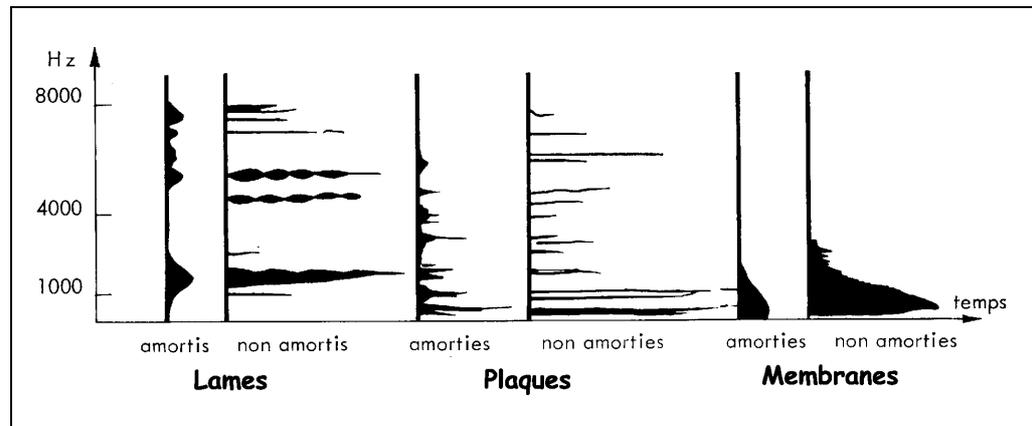
L'observation de la réponse temporelle ou du spectre nous donne des renseignements très intéressants sur les propriétés du système.

Une première application est constituée par tous les instruments de musique à percussion (cloches, xylophones, cymbales...).

Ils sont excités par un choc (impulsion très fine) et jouent le rôle d'un filtre à cause de leurs fréquences de vibration propre.

Voici quelques exemples de l'évolution du spectre en fonction du temps pour quelques types d'instruments à percussion :

Figure 33.
Spectres
d'instruments à
percussions



Une autre application très utilisée est l'étude en régime impulsionnel des haut-parleurs et enceintes acoustiques.

Ils sont excités par exemple par une impulsion de largeur $10 \mu\text{s}$, et on calcule le spectre de la réponse toutes les $10 \mu\text{s}$.

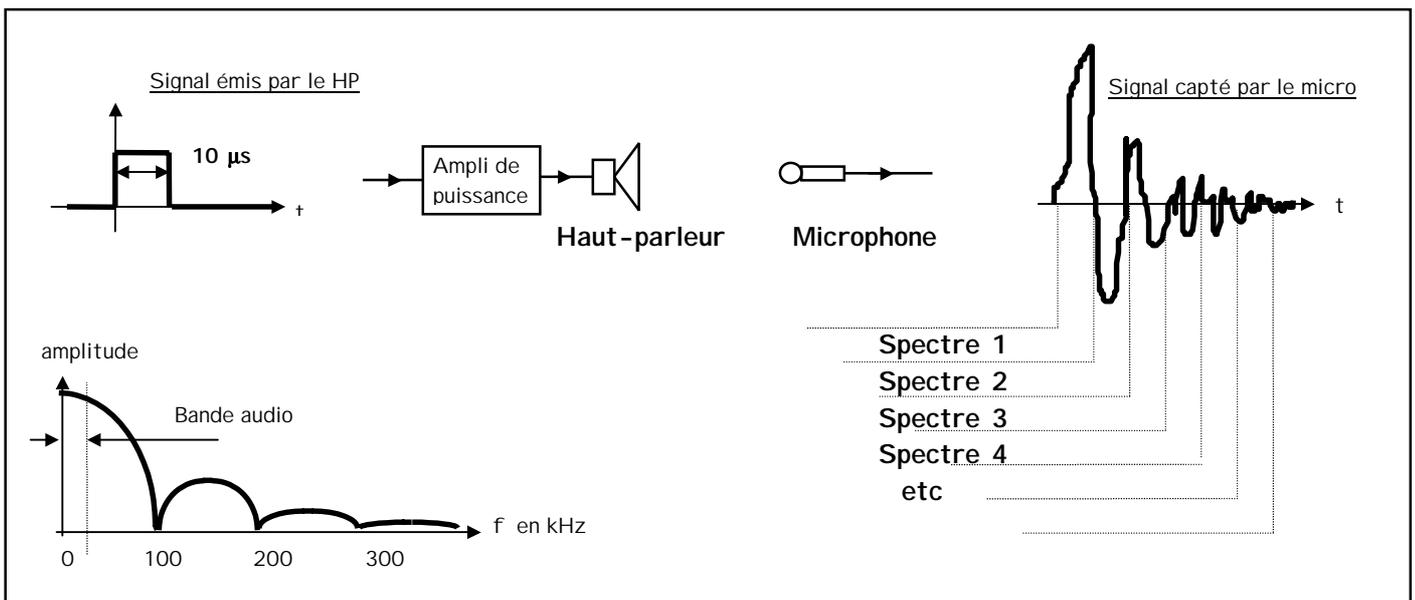
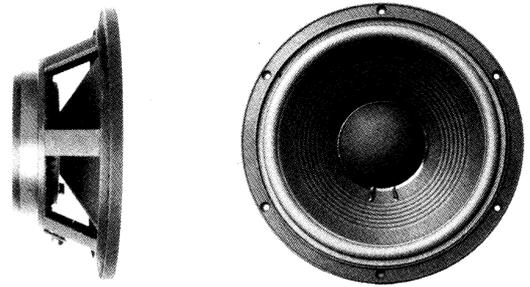


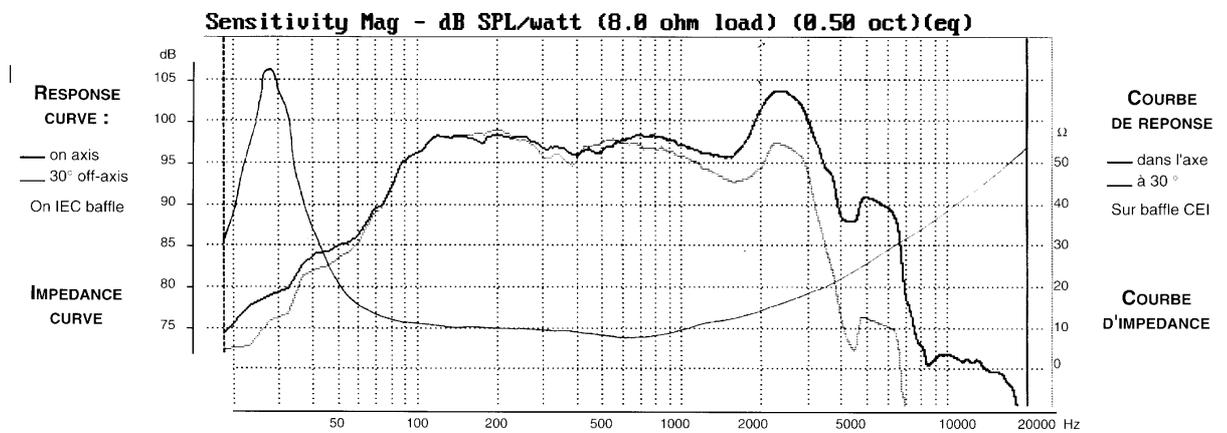
Figure 34. Principe de la caractérisation d'un système par sa réponse impulsionnelle

20) Réponse impulsionnelle d'un HP AUDAX PR330 Médium :

Haut rendement - 98 dB - Puissance élevée 150 W
 Suspension mousse
 Châssis moulé ultra-rigide
 Ailettes de refroidissement
 Noyau ventilé
 Bobine sur support Kapton (Ø 70 mm)
 Fil cuivre plat sur chant
 Bornes plaquées or

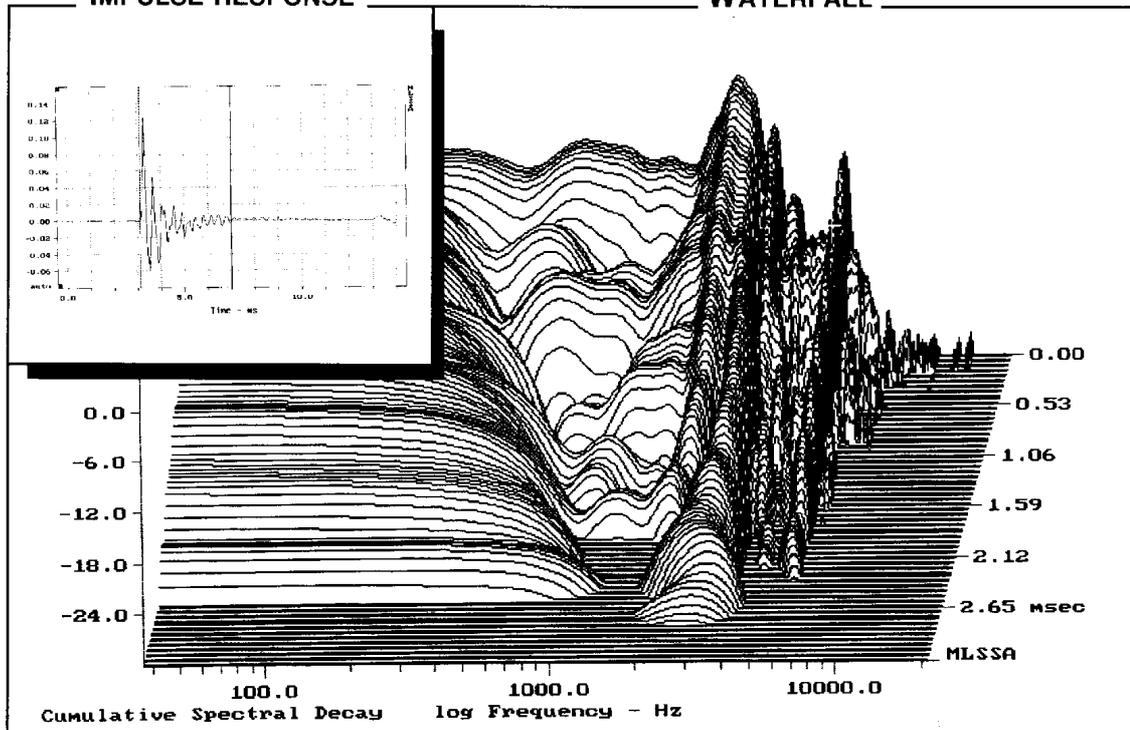


RESPONSE CURVE



IMPULSE RESPONSE

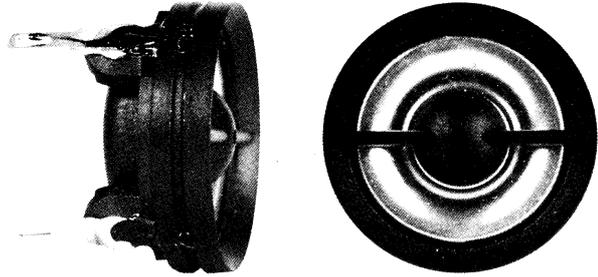
WATERFALL



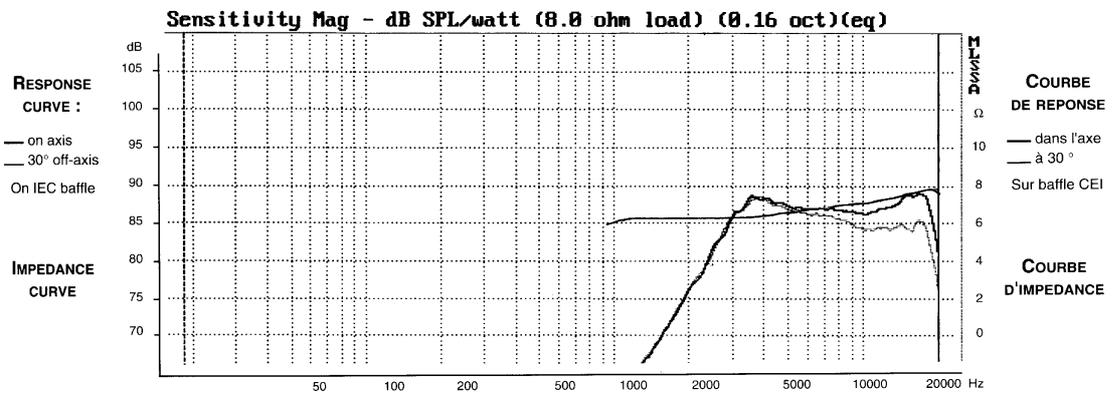
Remarquez l'analogie entre le premier spectre calculé à partir de la réponse impulsionnelle et la transmittance de Bode du haut-parleur.

21) Réponse impulsionnelle d'un tweeter AUDAX TM 010 A7 :

Or pur déposé sous vide
 Ultra compact (ø 29,5mm)
 Ultra léger (10g)
 Concept balanced drive
 Bobine refroidie par ferrofluide
 Bande passante étendue
 Equipage mobile ultra léger
 Aimant néodyme surmoulé

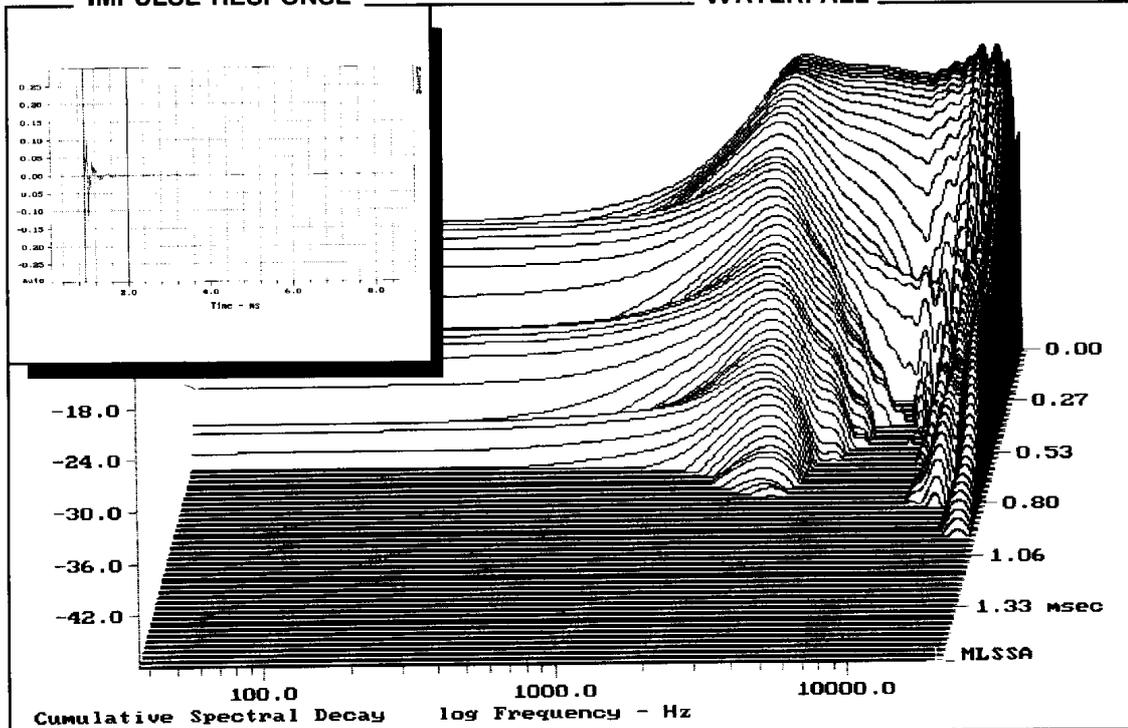


RESPONSE CURVE



IMPULSE RESPONSE

WATERFALL



Remarquez l'analogie entre le premier spectre calculé à partir de la réponse impulsionnelle et la transmittance de Bode du haut-parleur.



Merci pour l'intérêt que vous portez à mon travail. J'espère que le cours que vous avez téléchargé répond à votre attente.

Si, malgré le soin qui a été apporté à la rédaction de ce document, vous constatez l'existence d'erreurs, merci de me les signaler par Email à jean-philippe.muller1@wanadoo.fr

Comme toute œuvre intellectuelle, ce document est protégé par le Copyright et son usage est réservé à une utilisation personnelle.

Techno Assistance Formation

1, rue du Capitaine Pilleux
68720 ZILLISHEIM

Site : <http://www.ta-formation.com>